

अभ्यास हेतु सेम्पल प्रश्नपत्र
मा.शि मंडल म.प्र.भोपाल
हायर सेकेन्डरी परीक्षा-2022-23
Higher Secondary Examination (main) 2022-23
उच्च गणित
HIGHER MATHEMATICS
(Hindi & English Versions)

Time: 3 Hours

Maximum Marks: 80

निर्देश-:

- सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- प्रश्न क्रमांक 1 से 5 तक के प्रत्येक उपप्रश्न पर 1-1 अंक निर्धारित हैं।
- प्रश्न क्रमांक 6 से 15 तक प्रत्येक 2 अंक का हैं।
- प्रश्न क्रमांक 16 से 19 तक प्रत्येक 3 अंक का हैं।
- प्रश्न क्रमांक 20 से 23 तक प्रत्येक 4 अंक का हैं।

Instructions:

- All questions are compulsory.
- Sub question of question Nos 1 to 5 carry 1 marks each.
- Question Nos 6 to 15 carry 2 marks each.
- Question Nos 16 to 19 carry 3 marks each.
- Question Nos 20 to 23 carry 4 marks each.

1) सही विकल्प चुनकर लिखिये :

1x6=6

(i) $\sin^{-1}\left(\sin\frac{7\pi}{6}\right)$ का मान है :

- | | |
|----------------------|----------------------|
| (a) $\frac{\pi}{2}$ | (b) $\frac{\pi}{6}$ |
| (c) $\frac{-\pi}{2}$ | (d) $\frac{-\pi}{6}$ |

(ii) $\tan^{-1}(1) - \cot^{-1}(-1)$ का मान है :

- | | |
|-----------------------|----------------------|
| (a) $\frac{\pi}{2}$ | (b) $\frac{-\pi}{2}$ |
| (c) $\frac{-3\pi}{2}$ | (d) $\frac{3\pi}{2}$ |

(iii) यदि A और B दो उपयुक्त कोटि के आव्युह है तब $(AB)'$ बराबर है :

- | | |
|-------------|-------------|
| (a) $A'B'$ | (b) $A'-B'$ |
| (c) $A'+B'$ | (d) $B'A'$ |

(iv) यदि A और B स्वतंत्र घटनाएं हैं तथा $P(A) = 0.3$, $P(B) = 0.4$ तब $P(A \cap B)$ का मान है :

- | | |
|--------------------|--------------------|
| (a) $\frac{7}{10}$ | (b) $\frac{3}{25}$ |
| (c) $\frac{6}{25}$ | (d) $\frac{3}{10}$ |

(v) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + Py = Q$ में समाकलन गुणांक (IF) का मान है :

- | | |
|---------------------|---------------------|
| (a) $e^{\int P dx}$ | (b) $e^{\int P dy}$ |
| (c) $e^{\int Q dx}$ | (d) $e^{\int Q dy}$ |

(vi) यदि रेखा की दिक्कोज्याएं l, m, n हैं, तो l, m, n के बीच सही संबंध होगा :

- | | |
|---------------------------|---------------------|
| (a) $l^2 + m^2 + n^2 = 1$ | (b) $l + m + n = 1$ |
| (c) $l^2 + m^2 + n^2 = 0$ | (d) $l + m + n = 0$ |

Choose and write the correct options :

(i) The value of $\sin^{-1}\left(\sin\frac{7\pi}{6}\right)$ is :

- (a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\frac{\pi}{6}$
 (c) $\frac{-\pi}{2}$ (d) $\frac{-\pi}{6}$

(ii) The value of $\tan^{-1}(1) - \cot^{-1}(-1)$ is :

- (a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\frac{-\pi}{2}$
 (c) $\frac{-3\pi}{2}$ (d) $\frac{3\pi}{2}$

(iii) If A and B are two matrices of suitable order then $(AB)'$ is equal

- (a) $A'B'$ (b) $A'-B'$
 (c) $A'+B'$ (d) $B'A'$

(iv) If A and B are independent event and $P(A) = 0.3$, $P(B) = 0.4$ than value of $P(A \cap B)$ is :

- (a) $\frac{7}{10}$ (b) $\frac{3}{25}$
 (c) $\frac{6}{25}$ (d) $\frac{3}{10}$

(v) The value of integrating factor (IF) in Differential equation $\frac{dy}{dx} + Py = Q$ is :

- (a) $e^{\int P dx}$ (b) $e^{\int P dy}$
 (c) $e^{\int Q dx}$ (d) $e^{\int Q dy}$

(vi) If l, m, n are direction Cosine of a line then correct relation between l, m, n will be

- (a) $l^2 + m^2 + n^2 = 1$ (b) $l + m + n = 1$
 (c) $l^2 + m^2 + n^2 = 0$ (d) $l + m + n = 0$

2) रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए।

1x7=7

- (i) कोई फलन $f: x \rightarrow y$ एकैकी फलन होगा यदि $f(x_1) = f(x_2)$ तब ।
 (ii) $\cos^{-1}(x)$ का मुख्य मान में स्थित होगा ।
 (iii) आव्यूह $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ के लिए $A' = \dots\dots\dots$ ।
 (iv) $\cos\sqrt{x}$ का x के सापेक्ष अवकलज होगा ।
 (v) यदि फलन $f: x \rightarrow y$ में f आच्छादक फलन हो तो उसके लिए सह प्रांत का मान परिसर के होगा ।
 (vi) सदिश में $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ के अनुदिश मात्रक सदिश होगा ।
 (vii) आव्यूह A और B एक दूसरे के व्युत्क्रम होंगे यदि $AB = BA = \dots\dots\dots$

Fill in the blanks:

(i) A function $f: x \rightarrow y$ will be one one function when $f(x_1) = f(x_2)$ implies

(ii) The Principal value of $\cos^{-1}(x)$ lie in

(iii) The value of A' when matrix $A = [a_{ij}]_{m \times n}$

(iv) Differentiation of $\cos\sqrt{x}$ with respect to x will be.....

(v) If function $f: x \rightarrow y$ is onto function then relation between codomaln and range

(vi) The unit vector along vector $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ is.....

(vii) Matrices A and B will be inverse to each other if $AB = BA = \dots\dots\dots$

3) सही जोड़ी बनाइए :

1x6=6

- | स्तंभ 'A' | स्तंभ 'B' |
|---------------------------------|--|
| (i) $\int \frac{dx}{x^2+a^2}$ | (a) $\log \sec x + C$ |
| (ii) $\int \tan x dx$ | (b) $\frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + C$ |
| (iii) $\int \frac{dx}{a^2-x^2}$ | (c) $e^x(x-1) + C$ |
| (iv) $\int xe^x dx$ | (d) $\frac{1}{2a} \log \left \frac{a+x}{a-x} \right + C$ |
| (v) $\int \frac{dx}{x^2-a^2}$ | (e) $\frac{1}{2} \left(x - \frac{1}{2} \sin 2x \right) + C$ |
| (vi) $\int \sin^2 x dx$ | (f) $\frac{1}{2a} \log \left \frac{x-a}{x+a} \right + C$ |
| | (g) $\log \operatorname{cosec} x + C$ |

Match the correct column :

- | Column 'A' | Column 'B' |
|---------------------------------|--|
| (i) $\int \frac{dx}{x^2+a^2}$ | (a) $\log \sec x + C$ |
| (ii) $\int \tan x dx$ | (b) $\frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + C$ |
| (iii) $\int \frac{dx}{a^2-x^2}$ | (c) $e^x(x-1) + C$ |
| (iv) $\int x \cdot e^x dx$ | (d) $\frac{1}{2a} \log \left \frac{a+x}{a-x} \right + C$ |
| (v) $\int \frac{dx}{x^2-a^2}$ | (e) $\frac{1}{2} \left(x - \frac{1}{2} \sin 2x \right) + C$ |
| (vi) $\int \sin^2 x dx$ | (f) $\frac{1}{2a} \log \left \frac{x-a}{x+a} \right + C$ |
| | (g) $\log \operatorname{cosec} x + C$ |

4) प्रत्येक का एक शब्द/वाक्य में उत्तर लिखिये :

1x7=7

- $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y$ का मान लिखिए जबकि $xy > 1, x > 0, y > 0$
- $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ एक वर्ग आव्यूह है तो m व n के मध्य संबंध लिखिए ।
- $\begin{vmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{vmatrix}$ का मान लिखिए ।
- यदि $x - y = \pi$ तो $\frac{dy}{dx}$ का मान लिखिए ।
- $\frac{dx}{dy} + x = \cos y$ में स्वतंत्र चर लिखिए ।
- अवकल समीकरण $\frac{d^4y}{dx^4} + \sin x = 0$ की कोटि लिखिए ।
- $f(x) = \cos x$ अंतराल $[0, \pi]$ के मध्य किस प्रकार का फलन है वर्धमान अथवा ह्रासमान ।

Write Answer in one word / sentence of each

- Write the value of $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y$ when $xy > 1, x > 0, y > 0$
- Write the relation between m and n . If $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ is a square matrix
- Write the value of $\begin{vmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{vmatrix}$
- If $x - y = \pi$ then write the value of $\frac{dy}{dx}$
- Write independent variable in differential equation $\frac{dx}{dy} + x = \cos y$
- Write the order of differential equation $\frac{d^4y}{dx^4} + \sin x = 0$
- Which types of given function $f(x) = \cos x$ in $[0, \pi]$ increasing or decreasing.

5) निम्नलिखित में सत्य/असत्य लिखिए :

1x6=6

- यदि किसी सारणिक में कोई दो स्तम्भ के अवयव समान हो तो सारणिक का मान शून्य होगा ।
- फलन $f(x)$ अंतराल I में वर्धमान फलन होगा ।
जबकि $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2) \quad x_1, x_2 \in I$

- (iii) यदि घटनाओं A व B के लिए $A \subset B$ हो तो $P\left(\frac{A}{B}\right) = P(A)$
 (iv) यदि $\vec{a} = k\vec{b}$ तो \vec{a}, \vec{b} संरेख सदिश होंगे।
 (v) समान परिमाण वाले दो सदिश सदैव समान सदिश होते हैं।
 (vi) $f(x) = x^2$, $f: N \rightarrow N$ के लिए फलन एकैक तथा आच्छादक है।

Write True/False in the following :

- (i) If two column are identical then the value of determinant is zero.
 (ii) A function $f(x)$ will be an increasing function in given interval I when $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$ $x_1, x_2 \in I$
 (iii) If for two events A and B , $A \subset B$ then $P\left(\frac{A}{B}\right) = P(A)$
 (iv) If $\vec{a} = k\vec{b}$ then \vec{a}, \vec{b} are collinear.
 (v) Two vector having same magnitude is always equal to each other.
 (vi) Function $f(x) = x^2$ for $f: N \rightarrow N$ is one –one onto.

- 6) दिखाइए कि समुच्चय $\{1, 2, 3\}$ में प्रदत्त संबंध $R = \{(1, 2), (2, 1)\}$ एक स्वतुल्य संबंध नहीं है। 2
 Show that the relation R given by $R = \{(1, 2), (2, 1)\}$ in the set $\{1, 2, 3\}$ is not a reflexive relation.

अथवा / OR

दिखाइए कि वास्तविक संख्या के समुच्चय में $R = \{(a, b) : a \leq b\}$ एक सममित संबंध नहीं है।
 Show that the relation में $R = \{(a, b) : a \leq b\}$ in the set of real numbers is not a symmetric relation

- 7) दिखाइए कि $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{\pi}{4}$ 2
 Show that $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{\pi}{4}$

अथवा / OR

$\cot^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}\right)$, $x > 1$ को इसके सरलतम रूप में लिखिए।

Write $\cot^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}\right)$, $x > 1$ in its simplest form.

- 8) X तथा Y ज्ञात कीजिए यदि 2
 $X + Y = \begin{bmatrix} 9 & 0 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$ तथा $X - Y = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

Find X and Y if

$$X + Y = \begin{bmatrix} 9 & 0 \\ 2 & 7 \end{bmatrix} \text{ and } X - Y = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

अथवा / OR

यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ तो $3A - B$ ज्ञात कीजिए।

$$\text{If } A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \text{ and } B = \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \text{ then find } 3A - B$$

- 9) $e^{\sqrt{x}}$ का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए। 2

Differentiate $e^{\sqrt{x}}$ with respect to x

अथवा / OR

$\log(\cos x)$ का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए।

Differentiate $\log(\cos x)$ with respect to x

- 10) दिखाइए कि प्रदत्त फलन f , $f(x) = 3x + 2$, $x \in R$, R पर वर्धमान फलन है। 2

Show that the function f given by $f(x) = 3x + 2$, $x \in R$, is increasing function on R .

अथवा / OR

वृत्त के क्षेत्रफल के परिवर्तन की दर इसकी त्रिज्या r के सापेक्ष ज्ञात कीजिए जब $r = 7$ सेमी. है
Find the rate of change of the area of a circle with respect to its radius r when $r = 7$ cm.

- 11) हवा के एक बुलबुले की त्रिज्या $\frac{1}{5}$ सेमी./सेकण्ड की दर से बढ़ रही है। बुलबुले का आयतन किस दर से बढ़ रहा है जबकि त्रिज्या 2 सेमी. है। 2

The radius of an air bubble is increasing at the rate of $\frac{1}{5}$ cm/sec. At what rate, the volume of the bubble increasing when the radius is 2 cm.

अथवा / OR

किसी वृत्त की त्रिज्या 0.2 सेमी./सेकण्ड की दर से बढ़ रही है इसके परिधि की वृद्धि दर ज्ञात कीजिए।

The radius of a circle is increasing at rate of 0.2 cm/sec. What is the rate of increase of its circumference.

- 12) मान ज्ञात कीजिए— $\int (\sin^{-1} x + \cos^{-1} x) dx$ 2
 Evaluate $\int (\sin^{-1} x + \cos^{-1} x) dx$
 अथवा / OR

मान ज्ञात कीजिए— $\int (1-x)\sqrt{x} dx$

Evaluate $\int (1-x)\sqrt{x} dx$

- 13) यदि एक रेखा के दिक्अनुपात $-3, 2, -1$ हैं, तो इसकी दिक्कोसाइन ज्ञात कीजिए। 2
If a line has direction ratios $-3, 2, -1$ then determine its direction Cosines.

अथवा / OR

तीन समकोणिक अक्षों की दिक्कोसाइन ज्ञात कीजिए।

Determine direction cosines of three rectangular axis

- 14) सदिश $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ का सदिश $\vec{b} = \hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ पर प्रक्षेप ज्ञात कीजिए। 2
Find the projection of the vector $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ on the vector $\vec{b} = \hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$
 अथवा / OR

यदि $\vec{a} = \hat{j} + 3\hat{k}$ और $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$ तो $|\vec{a} - \vec{b}|$ का मान ज्ञात कीजिए।

If $\vec{a} = \hat{j} + 3\hat{k}$ and $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$ then find the value of $|\vec{a} - \vec{b}|$

- 15) सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + 5\hat{k}$ के अनुदिश एक ऐसा सदिश ज्ञात कीजिए जिसका परिमाण 5 इकाई हो। 2
Find a vector in the direction of vector $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + 5\hat{k}$ that has magnitude 5 units.
 अथवा / OR

दिखाइए कि किसी सदिश का वर्ग उसके परिमाण के वर्ग के बराबर होता है।

Show that square of any vector is equal to square of its magnitudes.

- 16) दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 3
Find the area of the region bounded by the ellipse $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$
 अथवा / OR

वक्र $y^2 = 4x$ एवं रेखा $x = 3$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area of the region bounded by the curve $y^2 = 4x$ and the line $x = 3$

- 17) अवकल समीकरण $(e^x + e^{-x})dy - (e^x - e^{-x})dx = 0$ को हल कीजिए। 3

Solve the differential equation $(e^x + e^{-x})dy - (e^x - e^{-x})dx = 0$

अथवा / OR

किसी बैंक में मूलधन की वृद्धि 5% वार्षिक की दर से होती है। इस बैंक में ₹1000 जमा कराए जाते हैं। ज्ञात कीजिए कि 10 वर्ष बाद यह राशि कितनी हो जायेगी। ($e^{0.5} = 1.648$)

In a bank Principal Increases continuously at the rate of 5% per year amount of ₹1000 is deposited with this bank, how much will it worth after 10 year. ($e^{0.5} = 1.648$)

- 18) निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को हल कीजिए, निम्न ब्यवरोधों के अंतर्गत 3

$$\begin{aligned}x + 2y &\geq 10 \\3x + 4y &\leq 24 \\x &\geq 0, y \geq 0\end{aligned}$$

$z = 200x + 500y$ का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

Solve the following linear programming problem

minimise $z = 200x + 500y$

Subject to the constraints

$$\begin{aligned}x + 2y &\geq 10 \\3x + 4y &\leq 24 \\x &\geq 0, y \geq 0\end{aligned}$$

अथवा / OR

निम्न अवरोधों के अंतर्गत $z = 3x + 5y$ का अधिकतमीकरण कीजिए :

$$3x + 5y \leq 15, \quad 5x + 2y \leq 10, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$$

maximise $z = 3x + 5y$ subject to

$$3x + 5y \leq 15, \quad 5x + 2y \leq 10, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$$

- 19) एक पांसे को तीन बार उछाला जाता है तो कम से कम एक बार विषम संख्या प्राप्त होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 3

A dia is tossed thrice. Find the probability of getting an odd number at least once.

अथवा / OR

यदि $P(A) = \frac{6}{11}$, $P(B) = \frac{5}{11}$ और $P(A \cup B) = \frac{7}{11}$ तो ज्ञात कीजिए $P\left(\frac{A}{B}\right)$

If $P(A) = \frac{6}{11}$, $P(B) = \frac{5}{11}$ and $P(A \cup B) = \frac{7}{11}$ then find $P\left(\frac{A}{B}\right)$

- 20) सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग करके सिद्ध कीजिए कि— 4

$$\begin{vmatrix} b+c & a & a \\ b & c+a & b \\ c & c & a+b \end{vmatrix} = 4abc$$

Using the property of determinants prove that -

$$\begin{vmatrix} b+c & a & a \\ b & c+a & b \\ c & c & a+b \end{vmatrix} = 4abc$$

अथवा / OR

सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग करके सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix} = (a+b+c)^3$$

Using the property of determinants prove that -

$$\begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix} = (a+b+c)^3$$

- 21) फलन $f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{यदि } x \geq 1 \\ x^2+1 & \text{यदि } x < 1 \end{cases}$ हो तो $f(x)$ की $x = 1$ पर सातत्यता की जाँच कीजिए। 4

Examine the continuity of function $f(x)$ at $x = 1$ where

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{if } x \geq 1 \\ x^2+1 & \text{if } x < 1 \end{cases}$$

यदि $y = (\log x)^{\cos x}$ हो तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{dy}{dx} = (\log x)^{\cos x} \left[\frac{\cos x}{x \log x} - \sin x \log(\log x) \right]$

If $y = (\log x)^{\cos x}$ then show that $\frac{dy}{dx} = (\log x)^{\cos x} \left[\frac{\cos x}{x \log x} - \sin x \log(\log x) \right]$

22) ज्ञात कीजिए— $\int x^2 \log x \, dx$ 4
Find $\int x^2 \log x \, dx$
अथवा / OR

ज्ञात कीजिए— $\int \sin 3x \cos 4x \, dx$
Find $\int \sin 3x \cos 4x \, dx$

23) रेखाओं $\frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1}$ तथा $\frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}$ के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए। 4

Find the shortest distance between the lines $\frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1}$ and $\frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}$

अथवा / OR

दर्शाइए कि बिन्दुओं $(1, -1, 2)$ और $(3, 4, -2)$ से होकर जाने वाली रेखा बिन्दुओं $(0, 3, 2)$ और $(3, 5, 6)$ से जाने वाली रेखा पर लम्ब है।

Show that the line through the points $(1, -1, 2), (3, 4, -2)$ is perpendicular to the line through the points $(0, 3, 2)$ and $(3, 5, 6)$